Matemáticas 4º ESO. Opción B
2ª Prueba (1ª Evaluación) CURSO 09-10
Solución

1.- (2 p) Racionaliza, opera y simplifica la siguiente expresión: $\dfrac{2\sqrt{15}-6\sqrt{21}}{3\sqrt{7}+5\sqrt{5}}$

Solución:

$$\frac{2\sqrt{15}-6\sqrt{21}}{3\sqrt{7}+5\sqrt{5}}=\frac{\left(2\sqrt{15}-6\sqrt{21}\right)\left(3\sqrt{7}-5\sqrt{5}\right)}{\left(3\sqrt{7}+5\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{7}-5\sqrt{5}\right)}=\frac{6\sqrt{105}-10\sqrt{75}-18\sqrt{147}+30\sqrt{105}}{\left(3\sqrt{7}\right)^2-\left(5\sqrt{5}\right)^2}=$$

$$=\frac{6\sqrt{105}-10\sqrt{5^2 3}-18\sqrt{7^2 3}+30\sqrt{105}}{63-125}=\frac{6\sqrt{105}-50\sqrt{3}-126\sqrt{3}+30\sqrt{105}}{-62}=\frac{-176\sqrt{3}+36\sqrt{105}}{-62}=$$

$$=\frac{176\sqrt{3}-36\sqrt{105}}{62}=\frac{88\sqrt{3}-18\sqrt{105}}{31}$$

2.- a) (1 p) Opera y simplifica las siguiente fracción algebraica: $\dfrac{2x-4}{x^2-1}\cdot\dfrac{x^2+x}{x^2-2x}$

Solución:

$$\frac{2x-4}{x^2-1}\cdot\frac{x^2+x}{x^2-2x}=\frac{(2x-4)\left(x^2+x\right)}{\left(x^2-1\right)\left(x^2-2x\right)}=\frac{2(x-2)x(x+1)}{(x+1)(x-1)x(x-2)}=\frac{2\cancel{(x-2)}\cancel{x}\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x-1)\cancel{x}\cancel{(x-2)}}=\frac{2}{(x-1)}$$

b) (1p) Calcula el valor de m para que la división (x^3 - $3x^2$ + mx – 2) : (x+1) sea exacta.

Solución:

(x^3 - $3x^2$ + mx – 2) : (x+1). Hacemos la división por Ruffini e igualamos a cero el resto.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & m & -2 \\ -1 & & -1 & 4 & -m-4 \\ \hline & 1 & -4 & 4+m & \boxed{-m-6} \end{array}$$

-m-6=0 ⇒ -m=6 ⇒ m=-6

3.- a)(1p) Marcial emplea tres horas más que Rosa en realizar un trabajo de Historia. Sin embargo juntos lo harían en dos horas. ¿Qué tiempo empleará Marcial en hacerlo solo?

Solución:
La siguiente tabla explica el problema:

Lo que tarda Marcial en hacer solo el trabajo (en horas)	Lo que tarda Rosa en hacer sola el trabajo(en horas)	La parte del trabajo que hace Marcial en 1 hora	La parte del trabajo que hace Rosa en 1 hora	La parte del trabajo que hace juntos en una hora. (Todo lo hacen en 2 h)
x	$x-3$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x-3}$	$\frac{1}{2}$

Así pues se tiene que la parte de trabajo que hacen juntos en una hora es la suma de las partes del trabajo que hacen cada uno, solos, en una hora.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{(x-3)}=\frac{1}{2} \quad ; \quad 2(x-3)+2x=x(x-3) \quad ; \quad 2x-6+2x=x^2-3x \quad ; \quad x^2-7x+6=0$$

$$x=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{7\pm 5}{2}\Rightarrow\begin{cases} x=\frac{7-5}{2}=\frac{2}{2}=1 \\ x=\frac{7+5}{2}=\frac{12}{2}=6 \end{cases}$$

X=1 no puede ser, porque entonces Rosa tarda x-3=1-3=-2 horas. Entonces Marcial emplea 6 horas en hacer el trabajo solo.

b) (1p) Resuelve la siguiente ecuación $x^4-20x-4x^2+5x^3=0$.
Solución:

$$x^4-20x-4x^2+5x^3=0 \;;\; x^4+5x^3-4x^2-20x=0 \;;\; x\left(x^3+5x^2-4x-20\right)=0$$

Utilizamos Ruffini para descomponer $x^3+5x^2-4x-20$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 5 & -4 & -20 \\ 2 & & 2 & 14 & 20 \\ \hline & 1 & 7 & 10 & \underline{|0} \end{array}$$

$$x^2+7x+10=0$$

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{49-40}}{2}=\frac{-7\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-7\pm 3}{2}\Rightarrow\begin{cases} x=\frac{-7-3}{2}=\frac{-10}{2}=-5 \\ x=\frac{-7+3}{2}=\frac{-4}{2}=-2 \end{cases}$$

Por tanto factorizo el polinomio y la ecuación que queda es:

$$x\left(x^3+5x^2-4x-20\right)=0\Rightarrow x(x-2)(x+5)(x+2)=0\Rightarrow\begin{cases} x=0 \\ (x-2)=0\Rightarrow x=2 \\ (x+5)=0\Rightarrow x=-5 \\ (x+2)=0\Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

Las soluciones son 0, 2,-5 y -2.

4.- (2p) Resuelve la siguiente ecuación: $(2x^2+1)(x^2-3)=(x^2+1)(x^2-1)-8$

Solución:

$(2x^2+1)(x^2-3)=(x^2+1)(x^2-1)-8 \Rightarrow 2x^4-6x^2+x^2-3=x^4-1-8 \Rightarrow$

$x^4-5x^2+6=0 \Rightarrow$; Que es bicuadrada, hacemos el cambio $x^2=t \Rightarrow x^4=t^2$ y queda:

$t^2-5t+6=0$

$$t=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{5\pm1}{2}\Rightarrow\begin{cases}t=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2\\ t=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3\end{cases}$$

Ahora para cada t hallamos los valores de x sustituyendo en $x^2=t$:

$$t=2 \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2}\Rightarrow\begin{cases}x=-\sqrt{2}\\ x=+\sqrt{2}\end{cases}$$

$$t=3 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}\Rightarrow\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\ x=+\sqrt{3}\end{cases}$$

5.- (2p) Resuelve la siguiente ecuación radical y comprueba las soluciones: $\sqrt{4x+1}+\sqrt{x-2}=7$

Solución:

$$\sqrt{4x+1}+\sqrt{x-2}=7\Rightarrow\sqrt{4x+1}=7-\sqrt{x-2}\Rightarrow\left(\sqrt{4x+1}\right)^2=\left(7-\sqrt{x-2}\right)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x+1=49-14\sqrt{x-2}+x-2\Rightarrow 14\sqrt{x-2}=-3x+46\Rightarrow\left(14\sqrt{x-2}\right)^2=(-3x+46)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 196(x-2)=9x^2-276x+2116\Rightarrow 196x-392=9x^2-276x+2116\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9x^2-472x+2508=0\Rightarrow$$

$$x=\frac{472\pm\sqrt{222784-90288}}{18}=\frac{472\pm\sqrt{132496}}{18}=\frac{472\pm364}{18}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{472-364}{18}=\frac{108}{18}=6\\ x=\frac{472+364}{18}=\frac{836}{18}=\frac{418}{9}\end{cases}$$

Comprobación:

1. $x=6 \Rightarrow \sqrt{4\cdot6+1}+\sqrt{6-2}=7\Rightarrow\sqrt{25}+\sqrt{4}=7\Rightarrow 5+2=7\Rightarrow 7=7$. Si es.

2. $x=\frac{418}{9}\Rightarrow\sqrt{4\cdot\frac{418}{9}+1}+\sqrt{\frac{418}{9}-2}\Rightarrow\sqrt{4\cdot\frac{418}{9}+1}+\sqrt{\frac{418}{9}-2}=7\Rightarrow$

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{1681}{9}}+\sqrt{\frac{400}{9}}=7\Rightarrow\frac{41}{3}+\frac{20}{3}=7\Rightarrow\frac{61}{3}=7\Rightarrow 20.\hat{3}\neq 7.$$ No es.

Sube medio punto a la nota de la prueba: Calcula, sin utilizar la calculadora, el siguiente logaritmo $\log_{27}9$

Solución:

$$\log_{27}9=\log_{27}\left(\sqrt[3]{27}\right)^2=\log_{27}(27)^{\frac{2}{3}}=\frac{2}{3}$$