6 CONTRASTE DE HIPÓTESIS.

145

Datos $n = 100$ $\bar{x} = 130$ $X \sim N(\mu, \sigma = 67)$ $\mu_0 = 120$

a) 1er PASO: Hipótesis

$H_0 : \mu \leq 120$ (Hipótesis nula)

$H_1 : \mu > 10$ (Hipótesis alternativa)

b) 2º PASO: Obtención de la región de aceptación.

nivel de significación $\alpha = 0'05 \to 1 - \alpha = 0'95 \to z_\alpha = 1'64$

Zona de aceptación $\left]-\infty, \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[= \left]-\infty, 120 + 1'64 \cdot \frac{67}{\sqrt{100}}\right[$

$= \left]-\infty, 130'988\right[$

c) 3er PASO: Verificación.

$\bar{x} = 131 \notin \left]-\infty, 130'988\right[$

4º PASO DECISIÓN. Según los resultados se rechaza la hipótesis nula.

146

Datos $n = 1000$ $\bar{x} = 10'0037$ cm X = longitud de las piezas

$\mu_0 = 10$ $X \sim N(\mu, 0'2)$ $\sigma = 0'2$ cm

a) $H_0 : \mu > 10$ (Hipótesis nula)

$H_1 : \mu \leq 10$ (Hipótesis alternativa)

b) $\alpha = 0'025 \to 1 - \alpha = 0'975 \to z_\alpha = 1'96$

Zona de aceptación $\left]\mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, +\infty\right[= \left]10 - 1'96 \cdot \frac{0'2}{\sqrt{1000}}, +\infty\right[$

$= \left]9'9876, +\infty\right[$

c) $\bar{x} = 10'0037 \in \left]9'987, +\infty\right[$

Se acepta la hipótesis nula.

$\boxed{147}$ X = años de vida de los individuos de un país.

$X \sim N(\mu, 8'9)$, $\sigma = 8'9$, $\mu_0 = 70$, $n = 100$, $\bar{x} = 71'8$

a) $H_0: \mu \leq 70$ (Hipótesis nula)

$H_1: \mu > 70$ (Hipótesis alternativa)

b) $\alpha = 0'05 \rightarrow 1-\alpha = 0'95 \rightarrow z_\alpha = 1'64$

Zona de aceptación $]-\infty, \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}[\; = \;]-\infty, 70 + 1'64 \cdot \frac{8'9}{\sqrt{100}}[$

$=]-\infty, 71'4596[$

c) $\bar{x} = 71'8 \notin]-\infty, 71'45[$

Rechazamos la hipótesis nula

$\boxed{148}$

$n = 100$ $\bar{x} = 297\,g$ X = peso de una bolsa. $X \sim N(\mu, 16)$ $\mu_0 = 300$

$\sigma = 16$ contraste bilateral nivel de signif. $\alpha = 0'05$

$H_0: \mu = 300$ Hipótesis nula

$H_1: \mu \neq 300$ Hipótesis alternativa

$z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1'96 \cdot \frac{16}{\sqrt{100}} = 3'136$

$\alpha = 0'05 \xrightarrow{(BILATERAL)} 1 - \frac{\alpha}{2} = \rightarrow z_\alpha = 1'64$

Zona de aceptación $]\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}[\; = \;]297 - 3'136, 297 + 3'136[$

$=]293'864, 300'136[$

$\bar{x} = 297 \in]293'864, 300'136[$

aceptamos la hipótesis nula.

$\boxed{149}$ X = años de vida $X \sim N(\mu, 8'9)$ $n = 100$ $\bar{x} = 71'8$ $\mu_0 = 70$, $\sigma = 8'9$

nivel de significación $\alpha = 0'05$

$H_0: \mu \geq 70$ Hipótesis nula

$H_1: \mu < 70$ Hipótesis alternativa

$\alpha = 0'05 \xrightarrow{(UNILATERAL)} 1 - \alpha = 0'95 \rightarrow z_\alpha = 1'64$

Zona de aceptación $]\mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, +\infty[\; = \;]70 - 1'64 \cdot \frac{8'9}{\sqrt{100}}, +\infty[\; = \;]68'54, +\infty[$

$\bar{x} = 71'8 \in]68'54, +\infty[$ Acepto la hipótesis nula.

150 $\mu_0 = 88$, $n = 10$, X = producción de un naranjo $X \sim N(\mu, 5)$

$$\bar{x} = \frac{80+83+87+95+86+92+85+83+84+95}{10} = 87 \quad , \quad \sigma = 5.$$

a)

$H_0: \mu \geq 88$ Hipótesis nula
$H_1: \mu < 88$ Hipótesis alternativa.

$\alpha = 0'05 \rightarrow 1-\alpha = 0'95 \rightarrow z_\alpha = 1'64$

Región crítica $\left]\mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, +\infty\right[= \left]88 - 1'64 \cdot \frac{5}{\sqrt{10}}, +\infty\right[= \left]85'40, +\infty\right[$

b) Como $\bar{x} = 87 \in \left]85'40, +\infty\right[$ Aceptamos la hipótesis nula.

151 X = peso de los sacos de patatas $X \sim N(\mu, 0'25)$

$\sigma = 0'25$ $\mu_0 = 5$ $n = 20$ $\bar{x} = 4'8$

a) $H_0: \mu \geq 5$ Hipótesis nula
$H_1: \mu < 5$ Hipótesis alternativa.

b) $\alpha = 0'01 \rightarrow 1-\alpha = 0'99 \rightarrow z_\alpha = 2'33$

Zona de aceptación $\left]\mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, +\infty\right[= \left]5 - 2'33 \frac{0'25}{\sqrt{20}}, +\infty\right[= \left]4'869, +\infty\right[$

$\bar{x} = 4'8 \notin \left]4'869, +\infty\right[$ Rechazamos la hipótesis nula.

---

7 CONTRASTE DE HIPÓTESIS EN UNA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL.

152 $p_0 = 0'70$ $n = 500$ $\hat{p} = \frac{340}{500} = 0'68$ $\alpha = 0'01 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0'995 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2$

$H_0: p = 0'7$ Hipótesis nula
$H_1: p \neq 0'7$ Hipótesis alternativa

Zona de aceptación $\left]p_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, p_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\right[= \left]0'6473, 0'7526\right[$

$z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}} = 2'57 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{500}} = 0'0526$

$\hat{p} = 0'68 \in \left]0'6473, 0'7526\right[$
se acepta la hipótesis nula.

$\boxed{153}$ $p_0 = 0'3$ $n = 500$ $\hat{p} = \frac{130}{500} = 0'26$

a) $H_0: p \geqslant 30$ Hipótesis nula

$H_1: p < 30$ Hipótesis alternativa.

b) $\alpha = 0'055 \rightarrow 1-\alpha = 0'945 \rightarrow z_\alpha = 1'6$

Zona de aceptación $\left]p_0 - z_\alpha\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, +\infty\right[= \left]0'3 - 1'6 \cdot \sqrt{\frac{0'3 \cdot 0'7}{500}}, +\infty\right[= \left]0'2672, +\infty\right[$

$\hat{p} = 0'26 \notin \left]0'2672, +\infty\right[$ Rechazamos la hipótesis nula.

$\boxed{154}$ $p_0 = 0'40$ $n = 50$ $\hat{p} = \frac{14}{50} = 0'28$ $\alpha = 0'015$

$H_0: p \geqslant 0'4$ Hipótesis nula

$H_1: p < 0'4$ Hipótesis alternativa.

$\alpha = 0'015 \rightarrow 1-\alpha = 0'985 \rightarrow z_\alpha = 2'17$

Zona de aceptación $\left]p_0 - z_\alpha\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, +\infty\right[= \left]0'4 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'4 \cdot 0'6}{50}}, +\infty\right[$

$= \left]0'2496, +\infty\right[$

$\boxed{155}$ $n = 100$ $\bar{x} = 9940$, $\hat{\sigma} = 120$ $1-\alpha = 0'99 \rightarrow \alpha = 0'01$

$\mu_0 = 10\,000$ $z_\alpha = 2'33$

$H_0: \mu \leqslant 10000$ Hipótesis nula

$H_1: \mu > 10000$ Hipótesis alternativa.

Zona de aceptación $\left]-\infty, \mu_0 + z_\alpha \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\right[= \left]-\infty, 10\,000 + 2'33 \frac{120'006}{\sqrt{100}}\right[$

$= \left]-\infty, 10\,027'96\right[$

$\hat{s} = \hat{\sigma}\sqrt{\frac{n}{n-1}} = 120\sqrt{\frac{10.000}{9999}} = 120'006$

$\bar{x} = 9940 \in \left]-\infty, 10\,027'96\right[$ Aceptamos la hipótesis nula.

ESTE TIPO DE EJERCICIO NO CAE