Tema 1. - SISTEMAS DE ECUACIONES.

Ejercicio 1. (2001)

a) **(2 puntos)** Determine dos números sabiendo que al dividir el mayor por el menor obtenemos 7 de cociente y 2 de resto, y que la diferencia entre el triple del mayor y el menor es 106.

b) **(1 punto)** Resuelva el siguiente sistema e interprete gráficamente sus soluciones:

$$2x - y = 5$$
$$4(x-2) = 1 + 2(y+1).$$

Ejercicio 2. (2009)

b) **(1.5 puntos)** Clasifique el siguiente sistema de ecuaciones y resuélvalo, si es posible:

$$\left.\begin{array}{rrrl} 3x & - y & -z & =0 \\ 2x & -2y & +z & =18 \\ x & & -3z & =0 \end{array}\right\}.$$

Ejercicio 3. (2005)

a) **(2.25 puntos)** Resuelva el siguiente sistema y clasifíquelo atendiendo al número de soluciones:

$$\begin{array}{rrrl} x & + y & + z & = 0 \\ 2x & + 3y & - z & = 17 \\ 4x & + 5y & + z & = 17 \end{array}$$

b) **(0.75 puntos)** A la vista del resultado anterior, ¿podemos afirmar que hay una ecuación que es combinación lineal de las otras dos?

Ejercicio 4. (2005)

Sea el sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{rrrl} x & + y & - z & = -2 \\ 2x & & - z & = 0 \\ & -2y & + z & = 4 \end{array}$$

a) **(2 puntos)** Resuélvalo y clasifíquelo en cuanto a sus soluciones.

b) **(0.5 puntos)** ¿Tiene inversa la matriz de coeficientes del sistema? Justifíquelo.

c) **(0.5 puntos)** Obtenga, si existe, una solución del sistema que verifique $x = 2y$.

Ejercicio 5. (2004)

Sea el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{l} x - y - z = -2 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ 4x + y - 3z = -2 \end{array}\right..$$

a) **(2 puntos)** Clasifique y resuelva el sistema.

Ejercicio 6. (2004)

b) **(1.5 puntos)** Resuelva el sistema formado por las ecuaciones.

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + y + z & = & 6 \\ 2x - y + 2z & = & 3 \\ 3x + 2y - 3z & = & 3 \end{array}\right.$$

Ejercicio 7. (2000)

Se considera el sistema: $\begin{cases} x-9y+5z=33 \\ x+3y-z=-9 \\ x-y+z=5 \end{cases}$

a) **(2 puntos)** Resuélvalo y clasifíquelo en función del número de soluciones.

b) **(1 punto)** Determine si es posible, o no, eliminar una de las ecuaciones, de forma que el sistema que resulte sea equivalente al anterior. Razone la respuesta.

Ejercicio 8. (2001)

Sea el sistema:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 3x & - & 2y & - & 2z & = & 3 \\ x & & & - & z & = & 1 \\ & & 2y & - & z & = & 0 \end{array}\right\}.$$

(2 puntos) Resuélvalo y clasifíquelo en cuanto al número de soluciones.

Ejercicio 9. (2003)

a) **(1.5 puntos)** Clasifique y resuelva el sistema formado por las ecuaciones siguientes:

$$x-2y+z=0, \quad 2x+y-z=5, \quad 4x+7y-5z=15.$$

Ejercicio 10. (2007)

b) **(1.5 puntos)** Clasifique y resuelva el sistema formado por las tres ecuaciones siguientes: $x-3y+2z=0$; $-2x+y-z=0$; $x-8y+5z=0$.

Ejercicio 11. (2006)

b) **(1.5 puntos)** Resuelva y clasifique el sistema $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 12. (2005)

b) **(2 puntos)** Resuelva y clasifique, atendiendo al número de soluciones, el sistema:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 13. (2003)

a) **(1.5 puntos)** Clasifique y resuelva el sistema $\begin{cases} 2x+3y-z=4 \\ x+2y+z=5 \end{cases}$

Ejercicio 14. (2007)

b) **(2 puntos)** Resuelva y clasifique el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{rcr} x+y & = & 1+z \\ 2x+z & = & 2+y \\ y & = & z \end{array}\right\}$

Ejercicio 15. (2009)
a) **(1.5 puntos)** En un comercio de bricolaje se venden listones de madera de tres longitudes: 0.90 m, 1.50 m y 2.40 m, cuyos precios respectivos son 4 euros, 6 euros y 10 euros. Un cliente ha comprado 19 listones, con una longitud total de 30 m, que le han costado 126 euros en total.
Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar cuántos listones de cada longitud ha comprado este cliente.

Ejercicio 16. (2000)
(1.5 puntos) Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para dar solución al siguiente problema: "Una empresa de repostería tiene 10 vehículos entre motocicletas (2 ruedas), turismos (4 ruedas) y pequeños camiones de reparto (6 ruedas). El impuesto municipal, por vehículo, es de 2000 pts, 5000 pts y 8000 pts, respectivamente. Sabiendo que ha pagado un total de 41000 pts por este concepto y que el total de ruedas de sus vehículos es de 34, ¿cuántos vehículos tiene de cada tipo?"

Ejercicio 17. (2004)
a) **(1.5 puntos)** Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones asociado al siguiente problema:
"Un monedero contiene 1 euro en monedas de 2, 5 y 10 céntimos; en total hay 22 monedas. Sabiendo que el número de monedas de 5 y 10 céntimos juntas excede en 2 unidades al número de monedas de 2 céntimos, obtenga el número de monedas de cada tipo que hay en el monedero".

Ejercicio 18. (2007)
a) **(1 punto)** Un taller de carpintería ha vendido 15 muebles, entre sillas, sillones y butacas, por un total de 1600 euros. Se sabe que cobra 50 euros por cada silla, 150 euros por cada sillón y 200 euros por cada butaca, y que el número de butacas es la cuarta parte del número que suman los demás muebles.
Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones adecuado que permite calcular cuántos muebles de cada clase ha vendido ese taller.

Ejercicio 19. (2002)
a) **(1.5 puntos)** Un autobús transporta 90 viajeros con 3 tarifas diferentes:

1ª: Viajeros que pagan el billete entero, que vale 0.70 euros.
2ª: Estudiantes, con descuento del 50 %.
3ª: Jubilados, con descuento del 80 %.

Se sabe que el número de estudiantes es 10 veces el de jubilados y que la recaudación total ha sido de 46.76 euros. Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar el número de viajeros, de cada tarifa, que va en el autobús.

Ejercicio 20. (2003)
a) **(1.5 puntos)** Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones que dé solución al siguiente problema:
Un inversor compró acciones de las empresas *A*, *B* y *C* por un valor total de 20000 euros, invirtiendo en *C* el doble que en *A*. Al cabo de un año la empresa *A* le pagó el 6% de beneficio, la *B* el 8 % y la *C* el 10 %. Si el beneficio total fue de 1720 euros, ¿qué dinero invirtió en cada empresa ?

Ejercicio 21. (2006)
b) **(1 punto)** Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones que permita encontrar la solución del siguiente problema:
"En un examen de Matemáticas que constaba de tres problemas, un alumno obtuvo una calificación total de 7.2. La puntuación del primer problema fue un 40 % más que la del segundo, y la del tercero fue el doble de la suma de las puntuaciones del primero y el segundo. ¿Cuál fue la puntuación de cada problema?"

Ejercicio 22. (2009)
Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A, B y C. El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 g, el fabricante B lo envasa en latas de 500 g y el fabricante C en latas de 1 kg. Esas latas de tomate se venden a 1, 1.8 y 3.3 euros, respectivamente. Compramos en total 20 latas, que pesan un total de 10 kg y nos cuestan 35.6 euros. Queremos saber cuántas latas de cada fabricante hemos comprado.
a) **(1 punto)** Plantee el sistema de ecuaciones que resolvería el problema anterior.
b) **(2 puntos)** Resuelva el problema.

Ejercicio 23. (2006)
(3 puntos) El cajero de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero nos ha entregado exactamente 8 billetes. El número de billetes de 10 euros que nos ha dado es el doble del de 20 euros.
Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero.

Ejercicio 24. (2002)
(3 puntos) Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 euros por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva.
Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular el precio unitario de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que un litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.

Ejercicio 25. (2004)
a) **(2 puntos)** Sabemos que el precio del kilo de tomates es la mitad que el del kilo de carne. Además, el precio del kilo de gambas es el doble que el de carne.
Si pagamos 18 euros por 3 kilos de tomates, 1 kilo de carne y 250 gramos de gambas, ¿cuánto pagaríamos por 2 kilos de carne, 1 kilo de tomates y 500 gramos de gambas?

Ejercicio 26. (2001)
(1 punto) Un establecimiento pone a la venta tres tipos de camisas A, B y C. Se sabe que la razón entre los precios de las camisas C y B es 19/18 y entre los de B y A es 6/5. Al comprar tres camisas, una de cada clase, se pagan 13000 pts. Plantee el sistema de ecuaciones que permita conocer el precio de cada camisa.

Tema 2.- MATRICES.

A. Operaciones con matrices.

Ejercicio 1. (2010)

a) **(1 punto)** Sean A, B y C matrices con 2, 3 y 2 filas respectivamente. Sabiendo que el producto de matrices $A\cdot B\cdot C$ es posible y que el resultado es una matriz con 4 columnas, halle las dimensiones de dichas matrices.

Ejercicio 2. (2008)

a) **(1 punto)** Dadas las matrices $F=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1\\ 5\\ -2\end{pmatrix}$, calcule los productos $C\cdot F$ y $F\cdot C$.

Ejercicio 3. (2005)

a) **(1 punto)** Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & -2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

De las siguientes operaciones, algunas no se pueden realizar; razone por qué. Efectúe las que se puedan realizar.

$$A+B\ ;\ A^t+B\ ;\ A\cdot B\ ;\ A\cdot B^t.$$

Ejercicio 4. (2004)

b) **(1 punto)** Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, halle A^{2004}.

B. Operaciones de matrices. Calculo de parámetros.

Ejercicio 5. (2008)

a) **(1 punto)** Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}a & 1\\ a & 0\end{pmatrix}$, calcule el valor de a para que A^2 sea la matriz nula.

Ejercicio 6. (2007)

a) **(1 punto)** Sea la matriz $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & b\end{pmatrix}$. Calcule el valor de b para que $B^2=I_2$

Ejercicio 7. (2007)

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & x\\ x & 0\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2=A$.

b) **(1 punto)** Igualmente para que $B+C=A^{-1}$.

c) **(1 punto)** Determine x para que $A+B+C=3\cdot I_2$.

Ejercicio 8. (2007)

a) **(1.5 puntos)** Halle la matriz A que verifica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 9. (2008)

b) **(1 punto)** Determine los valores de x e y que cumplen la igualdad

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. (2008)

a) **(1.5 puntos)** Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por:

$$\begin{pmatrix} 1+3x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. (2001)

Determine los valores de x e y que hacen cierta la siguiente igualdad:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. (2010)

Sean las matrices:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & b \end{pmatrix} \text{ y } \quad R = \begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix}.$$

a) **(1 punto)** Calcule, si es posible, $P \cdot Q$ y $Q \cdot P$, razonando la respuesta.

b) **(1.5 puntos)** ¿Cuánto deben valer las constantes a, b, c y d para que $P \cdot 2Q = R$?

Ejercicio 13. (2004)

(3 puntos) De una matriz A se sabe que su segunda fila es (-1 2) y su segunda columna es $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Halle los restantes elementos de A sabiendo que $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 14. (2003)

b) **(1.5 puntos)** Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

determine, si existe, la matriz X que verifique $A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 15. (2002)
(3 puntos) Sean las matrices

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}z\\ z\\ z\end{pmatrix}$$

Calcule x, y, z, sabiendo que $A\cdot B = 2C-D$.

Ejercicio 16. (2009)
a) **(2 puntos)** Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por

$$\begin{pmatrix}3 & 1-2x & 0\\ 2 & x+1 & 2\\ 0 & 1 & z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}y\\ 2\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ 2\\ 0\end{pmatrix}.$$

Ejercicio 17. (2006)
(3 puntos) Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 1\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}-2\\ -5\\ 2\end{pmatrix};\ D=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -3\end{pmatrix};\ E=\begin{pmatrix}-2\\ -5\\ 5\end{pmatrix}.$$

Calcule los valores de los números reales x, y, z, para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices: $E-x\cdot A\cdot B=y\cdot C+z\cdot D$.

C. Ejercicios que requieren el cálculo de la matriz inversa.

Ejercicio 18. (2000)

b) **(1.5 puntos)** Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}$, halle $A + A^{-1}$.

Ejercicio 19. (2009)

b) **(1 punto)** Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{pmatrix}$, calcule la matriz $M = A^t\cdot A^{-1}$.

Ejercicio 20. (2008)

b) **(2 puntos)** Dada la matriz $M=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, calcule la matriz $\left(M^{-1}\cdot M^t\right)^2$

Ejercicio 21. (2006)

a) **(1.5 puntos)** Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

Calcule $A^{-1}\cdot(B-A^t)$.

Ejercicio 22. (2003)

b) **(1.5 puntos)** Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Calcule $\left(A^t \cdot B - 2I_2\right)^{-1}$; (I_2 es la matriz unidad de orden 2 y A^t la traspuesta de A)

Ejercicio 23. (2006)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Determine el valor de x en la matriz B para que se verifique la igualdad

$$A \cdot B = B \cdot A.$$

b) **(1.5 puntos)** Obtenga la matriz C tal que

$$A^t \cdot C = I_2.$$

Ejercicio 24. (2003)

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 0 & x+2 \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de x para los que se verifica $A^2 = 2A$.

b) **(1.5 puntos)** Para $x = -1$, halle A^{-1}. Compruebe el resultado calculando $A \cdot A^{-1}$.

Ejercicio 25. (2005)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Calcule, si existe, la matriz inversa de B .

b) **(2 puntos)** Si $A \cdot B = B \cdot A$ y $A + A^t = 3 \cdot I_2$, calcule x e y.

Ejercicio 26. (2006)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2 = A$.

b) **(1 punto)** Igualmente para que $A - I_2 = B^{-1}$.

c) **(1 punto)** Determine x para que $A \cdot B = I_2$.

Ejercicio 27. (2008)

b) **(1.5 puntos)** Calcule la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 28. (2004)

Sea el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x-y-z=-2 \\ 2x+3y-z=2 \\ 4x+y-3z=-2 \end{cases}.$$

b) **(1 punto)** Escriba la matriz de coeficientes de este sistema y, si es posible, calcule su matriz inversa.

Ejercicio 29. (2001)

Sea el sistema:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 3x & - & 2y & - & 2z & = & 3 \\ x & & & - & z & = & 1 \\ & & 2y & - & z & = & 0 \end{array}\right\}.$$

a) **(0.5 puntos)** Expréselo en forma matricial.

b) **(0.5 puntos)** ¿La matriz de los coeficientes posee inversa? Justifique la respuesta.

Ejercicio 30. (2000)

a) **(1.5 puntos)** Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2x+y+mz&=-2 \\ x+2y+z&=2 \\ x+my-2z&=-4 \end{aligned}$$

calcule, para $m=+1$, la inversa de la matriz de coeficientes.

b) **(1.5 puntos)** Resuelva, para $m =$!1, el sistema del apartado anterior.

Ejercicio 31. (2000)

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & a \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

a) **(1 punto)** Calcule AA^T; donde A^T indica la matriz transpuesta de A.

b) **(1 punto)** Halle la matriz inversa de A para $a=8$.

c) **(1 punto)** ¿Tiene inversa A cuando $a=7$?

Ejercicio 32. (2007)

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}$ e $Y=\begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Determine la matriz inversa de A.

b) **(2 puntos)** Halle los valores de x, y, z para los que se cumple $A\cdot X=Y$.

D .Ecuaciones matriciales.

Ejercicio 33. (2008)

a) **(2 puntos)** Halle la matriz X que verifica la ecuación $X\cdot\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 34. (2009)

Sea la igualdad $A \cdot X + B = A$, donde A, X y B son matrices cuadradas de la misma dimensión.

a) **(1 punto)** Despeje la matriz X en la igualdad anterior, sabiendo que A tiene inversa.

b) **(2 puntos)** Obtenga la matriz X en la igualdad anterior, siendo

$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 35. (2007)

b) **(2 puntos)** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + B^t = B$, donde X es una matriz cuadrada de orden 2.

Ejercicio 36. (2003)

b) **(1.5 puntos)** Determine la matriz X, de orden 2, que verifica la igualdad

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 37. (2001)

(2 puntos) Determine la matriz *X* de dimensión 2x2 tal que:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 38. (2006)

a) **(2 puntos)** Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Explique qué dimensión debe tener la matriz X para que tenga sentido la ecuación matricial $X \cdot A + 2B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$. Resuelva dicha ecuación.

Ejercicio 39. (2008)

b) **(2 puntos)** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcule la matriz X que verifique la ecuación $X \cdot A^{-1} - B = C$.

Ejercicio 40. (2010)

b) **(1.5 puntos)** Halle la matriz X que verifica $I_2 - 2X = A \cdot (A - B^t)$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 41. (2004)

Sean las matrices

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ 0 & 2 & -1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 2\\ -2 & 0\end{pmatrix}.$$

a) **(2 puntos)** Calcule la matriz *P* que verifica $\boldsymbol{B\cdot P - A = C^t}$ ($\boldsymbol{C^t}$, indica traspuesta de *C*)
b) **(0.5 puntos)** Determine la dimensión de la matriz *M* para que pueda efectuarse el producto $A\cdot M\cdot C$.
c) **(0.5 puntos)** Determine la dimensión de la matriz *N* para que $\boldsymbol{C^t \cdot N}$ sea una matriz cuadrada.

Ejercicio 42. (2001)
(2 puntos) Siendo

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix},$$

razone si posee solución la ecuación matricial $\boldsymbol{A\cdot X=B}$ y, en caso afirmativo, resuélvala.

Ejercicio 43. (2009)
(3 puntos) Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 4 & -1\\ 0 & -1 & 0\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-2 & 1 & 3\\ 0 & 2 & -1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}\ \text{y}\ C=\begin{pmatrix}5 & -2 & -6\\ 0 & -3 & 2\\ -2 & 0 & -1\end{pmatrix}$$

Determine *X* en la ecuación matricial $X\cdot A-2B=C$.

Ejercicio 44. (2001)
(3 puntos) Resuelva la siguiente ecuación matricial $\boldsymbol{A\cdot X - 2B=C}$, siendo

$$A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 2\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 4\end{pmatrix}\quad C=\begin{pmatrix}5\\ 3\\ -1\end{pmatrix}$$

E. Operaciones con matrices. Ecuaciones matriciales.

Ejercicio 45. (2010)
Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$.
a) **(1 punto)** Calcule $A^t\cdot B-A\cdot B^t$.
b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $AX+BA=B$.

Ejercicio 46. (2009)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Calcule A^2 y $2B + I_2$.

b) **(2 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - I_2 = 2B^2$.

Ejercicio 47. (2007)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Calcule $B \cdot B^t - A \cdot A^t$.

b) **(1.5 puntos)** Halle la matriz X que verifica $(A \cdot A^t) \cdot X = B$.

Ejercicio 48. (2002)

Sean las matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) **(1 punto)** Realice, cuando sea posible, los siguientes productos de matrices:

$$A \cdot B,\ B \cdot C,\ C \cdot A.$$

b) **(2 puntos)** Resuelva la ecuación matricial: $A \cdot X + B = C$.

Ejercicio 49. (2006)

Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) **(1 punto)** Calcule $(A-I_2) \cdot B$, siendo I_2 la matriz identidad de orden 2.

b) **(1 punto)** Obtenga la matriz B^t (matriz traspuesta de B) y calcule, si es posible, $B^t \cdot A$.

c) **(1 punto)** Calcule la matriz X que verifica $A \cdot X + B = C$

Ejercicio 50. (2005)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Calcule la matriz $C = B \cdot A - A^t \cdot B^t$.

b) **(2 puntos)** Halle la matriz X que verifique $A \cdot B \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 51. (2003)

Sean las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **(0.75 puntos)** Calcule la matriz $A = M \cdot M^t - 5M$; (M^t indica la traspuesta de M).

b) **(2.25 puntos)** Calcule la matriz $B = M^{-1}$ y resuelva la ecuación $N + X \cdot M = M \cdot B$, donde X es una matriz 2×2.

Ejercicio 52. (2008)

Sean A y B las matrices siguientes: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Calcule $(A + B) \cdot (A - B)$.

b) **(2 puntos)** Determine la matriz X, cuadrada de orden 2, en la ecuación matricial $(A + 2B) \cdot X = 3I_2$.

Ejercicio 53. (2000)

Sean las matrices: $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) **(2 puntos)** Resuelva la ecuación matricial: $\mathrm{A \cdot X + 2B = A^t}$, siendo $\mathrm{A^t}$ la matriz traspuesta de A.

b) **(1 punto)** Calcule la matriz A^{2000}.

Ejercicio 54. (2000)

Sea la matriz $\mathrm{M} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Determine las matrices: $\mathrm{A = M^{-1}}$; $\mathrm{B = 2M\ !\ M^{t}}$.

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación: $\mathrm{X \cdot M + B = I_2}$.
(M^{t} indica transpuesta de M; $\mathrm{I_2}$ indica matriz unidad de orden 2)

Ejercicio 55. (2006)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Calcule $A^{-1} \cdot (2B + 3I_2)$.

b) **(1.5 puntos)** Determine la matriz X para que $X \cdot A = A + I_2$.

F. Operaciones con matrices y cálculo de parámetros. Ecuaciones matriciales.

Ejercicio 56. (2008)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Calcule los valores de a y b para que $A \cdot B = B \cdot A$.
b) **(1.5 puntos)** Para $a = 1$ y $b = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot B - A = I_2$.

Ejercicio 57. (2010)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Halle los valores de a y b para que se verifique $A - B + A \cdot B^t = C$.
b) **(0.75 puntos)** ¿Existe algún valor de b para el que el producto $B \cdot B^t$ sea igual a la matriz nula?
c) **(0.75 puntos)** Para $a = 0.5$ y $b = 1$, halle la matriz X que verifica la igualdad $A \cdot X + B = O$, (O representa la matriz nula).

Ejercicio 58. (2003)

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & m \\ 1-m & m+1 \end{pmatrix}$.

a) **(1 puntos)** Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.
b) **(2 puntos)** Haciendo $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $A \cdot X \cdot A = I_2$, donde I_2 es la matriz unidad de orden 2 y X es una matriz cuadrada de orden 2.

Tema 3. - DETERMINANTES.

Ejercicio 1. (2002)

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & -6 \\ 1 & 1 & -m \end{pmatrix}.$$

a) **(1.5 puntos)** Determine para qué valores del parámetro m existe A^{-1}
b) **(1.5 puntos)** Calcule A^{-1} para m =2.

Ejercicio 2. (2001)

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & x & 0 \end{pmatrix}.$$

a) **(1.5 puntos)** Calcule los valores de *x* para los que no existe la inversa de *A*.
b) **(1.5 puntos)** Para *x*=*3*, calcule, si es posible, A^{-1} .

Ejercicio 3. 2003

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 2+x & x \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0$

Ejercicio 4. 2005

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) **(1 punto)** Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.
b) **(2 puntos)** Haciendo m =4, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Tema 4.- PROGRAMACIÓN LINEAL

A. Ejercicios de programación lineal con dos líneas oblicuas.

Ejercicio 1. (2010)
Sea el recinto definido por las inecuaciones siguientes:

$$x + y \leq 15; \quad x \leq 2y; \quad 0 \leq y \leq 6; \quad x \geq 0$$

a) **(1 punto)** Represente gráficamente dicho recinto.
b) **(1 punto)** Calcule sus vértices.
c) **(0.5 puntos)** Determine el máximo valor de la función $F(x, y) = 8x + 5y$ en el recinto anterior y dónde se alcanza.

Ejercicio 2. (2010)
Sea el recinto del plano definido por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x + y \leq 3; \; -x + y \leq 3; \; x \leq 2; \; y \geq 0$$

a) **(1 punto)** Represéntelo gráficamente.
b) **(1 punto)** Calcule los vértices de dicho recinto.
c) **(0.5 puntos)** ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x, y) = -2x - y$? ¿En qué puntos se alcanzan dichos valores?

Ejercicio 3. (2010)

Sea el recinto del plano definido por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$3x + y \geq 4; \quad x + y \leq 6; \quad 0 \leq y \leq 5.$$

a) **(1 punto)** Represéntelo gráficamente.
b) **(1 punto)** Calcule los vértices de dicho recinto.
c) **(0.5 puntos)** En el recinto anterior, halle los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 5x + 3y$. ¿En qué puntos se alcanzan dichos valores?

Ejercicio 4. (2010)

a) **(2 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$$x \leq 2; \quad y \geq -4x + 8; \quad 3y - 4x - 16 \leq 0.$$

b) **(0.5 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 3x - y$, y los puntos donde se alcanzan.

Ejercicio 5. (2006)

a) **(2 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

$$x \geq 0; \quad y \geq 0; \quad -x + 2y \leq 6; \quad x + y \leq 6; \quad x \leq 4.$$

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $F(x, y) = 2x + 2y + 1$ en la región anterior e indique dónde se alcanza.

Ejercicio 6. (2005)

a) **(1 punto)** Dibuje el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$x - y \leq 1; \quad x + 2y \geq 7; \quad x \geq 0; \quad y \leq 5.$$

b) **(1 punto)** Determine los vértices de este recinto.
c) **(1 punto)** ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo de la función objetivo

$$F(x, y) = 2x + 4y - 5$$

y en qué puntos alcanza dichos valores?

Ejercicio 7. (2009)

a) **(1.5 puntos)** Dibuje el recinto definido por las siguientes restricciones:

$$x + y \geq 2, \quad x - y \leq 0, \quad y \leq 4, \quad x \geq 0.$$

b) **(1 punto)** Determine el máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = x + y$ en el recinto anterior y los puntos donde se alcanzan.

c) **(0.5 puntos)** ¿Pertenece el punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ al recinto anterior? Justifique la respuesta.

Ejercicio 8. (2000)

Sea el recinto definido por las inecuaciones:

$$2y \geq x + 3$$
$$-y \geq -x$$
$$x \leq 5$$

a) **(1 punto)** Represéntelo gráficamente.
b) **(1 punto)** Calcule sus vértices.
c) **(1 punto)** ¿En qué puntos del recinto alcanza la función $F(x, y) = -2x + y - 1$ sus valores extremos?

Ejercicio 9. (2006)

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente el recinto definido por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x \geq 3(y-3);\ 2x+3y \leq 36;\ x \leq 15;\ x \geq 0;\ \ y \geq 0.$$

b) **(1 punto)** Calcule los vértices del recinto.
c) **(0.5 puntos)** Obtenga el valor máximo de la función $F(x,y)=8x+12y$ en este recinto e indique dónde se alcanza.

Ejercicio 10. (2004)
a) **(1 punto)** Los vértices de un polígono convexo son (1, 1), (3, 1/2), (8/3, 5/2), (7/3, 3) y (0, 5/3). Calcule el máximo de la función objetivo $\boldsymbol{F(x,y)=3x-2y+4}$ en la región delimitada por dicho polígono.
b) **(2 puntos)** Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones:

$$x+2y \geq 6 \quad ; \quad x-y \leq 1 \quad ; \quad y \leq 5 \quad ; \quad x \geq 0 \quad ; \quad y \geq 0$$

y determine sus vértices.

Ejercicio 11. (2009)
(3 puntos) Obtenga los valores máximo y mínimo, indicando los puntos donde se alcanzan, de la función objetivo $F(x,y)=x-y$ en la región definida por las restricciones $6x+y \geq 3;\quad 2x+y \leq 2;\quad y \leq \frac{5}{4};\quad x \geq 0;\quad y \geq 0.$

Ejercicio 12. (2009)
a) **(2.5 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$$x+3y \leq 12;\qquad \frac{x}{3}+\frac{y}{5} \geq 1;\qquad y \geq 1;\qquad x \geq 0.$$

b) **(0.5 puntos)** Calcule los valores extremos de la función $F(x,y)=5x+15y$ en dicha región y dónde se alcanzan.

Ejercicio 13. (2006)
Sea la región definida por las siguientes inecuaciones:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3} \geq 1;\ \ -x+2y \geq 0;\ \ y \leq 2.$$

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente dicha región y calcule sus vértices.
b) **(1 punto)** Determine en qué puntos la función $F(x,y)=3x-6y+4$ alcanza sus valores extremos y cuáles son éstos.

Ejercicio 14. (2007)
De un problema de programación lineal se deducen las siguientes restricciones:

$$4x+3y \geq 60,\quad y \leq 30,\quad x \leq \frac{10+y}{2},\quad x \geq 0,\quad y \geq 0.$$

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región factible del problema y calcule sus vértices.
b) **(0.5 puntos)** Maximice en esa región factible la función objetivo $F(x,y)=x+3y$.
c) **(0.5 puntos)** ¿Pertenece el punto (11, 10) a la región factible?

Ejercicio 15. (2003)

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región del plano delimitada por las siguientes inecuaciones: $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\geq 1$, $y \leq x$, $x \leq 2$. Determine sus vértices.
b) **(1 punto)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y)=-x+2y-3$ en la región anterior e indique para qué valores se alcanzan.

B. Ejercicios de programación lineal con tres líneas oblicuas

Ejercicio 16. (2010)

a) **(1 punto)** Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones:

$$x+3y\geq 9; \quad 4x-5y+25\geq 0; \quad 7x-2y\leq 17; \quad x\geq 0; \quad y\geq 0.$$

b) **(1 punto)** Calcule los vértices del mismo.
c) **(0.5 puntos)** Obtenga en dicho recinto los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y)=2x-y+6$ y los puntos donde se alcanzan.

Ejercicio 17. (2010)
Se considera el recinto del plano determinado por los siguientes semiplanos:

$$4x-y\geq 4; \quad 2x+y\leq 15; \quad 3y-x\leq 10; \quad y\geq 0.$$

a) **(1.5 puntos)** Represente el recinto y calcule sus vértices.
b) **(0.5 puntos)** Calcule los puntos del recinto donde la función $F(x,y)=4x-7y$ alcanza el máximo y el mínimo.
c) **(0.5 puntos)** ¿Entre qué valores varía la función $F(x,y)=4x-7y$ en el recinto?

Ejercicio 18. (2009)
En un examen de Matemáticas se propone el siguiente problema:
"Indique dónde se alcanza el mínimo de la función $F(x,y)=6x+3y-2$ en la región determinada por las restricciones $2x+y\geq 6$; $2x+5y\leq 30$; $2x-y\leq 6$."
a) **(2.5 puntos)** Resuelva el problema.
b) **(0.5 puntos)** Ana responde que se alcanza en (1, 4) y Benito que lo hace en (3, 0). ¿Es cierto que el mínimo se alcanza en (1, 4)? ¿Es cierto que se alcanza en (3, 0)?

Ejercicio 19. (2008)
a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones:

$$2x+y\leq 6; \; 4x+y\leq 10; \; -x+y\leq 3; \; x\geq 0; \; y\geq 0$$

y determine sus vértices.
b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x,y)=4x+2y-3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

Ejercicio 20. (2008)
De las restricciones que deben cumplir las variables x e y en un problema de programación lineal se deduce el siguiente conjunto de inecuaciones:

$$2y-x\leq 8, \quad x+y\geq 13, \quad y+4x\leq 49, \quad x\geq 0, \quad y\geq 0.$$

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente el recinto determinado por estas inecuaciones.
b) **(1 punto)** Determine los vértices del recinto.
c) **(0.5 puntos)** Obtenga los valores extremos de la función $F(x,y)=3x-4y+12$ en ese recinto e indique en qué punto o puntos se alcanza cada extremo.

Ejercicio 21. (2007)

Consideramos el recinto del plano limitado por las siguientes inecuaciones:

$$y - x \leq 4; \quad y + 2x \geq 7; \quad -2x - y + 13 \geq 0; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

a) **(2 puntos)** Represente el recinto y calcule sus vértices.
b) **(1 punto)** Halle en qué puntos de ese recinto alcanza los valores máximo y mínimo la función $F(x, y) = 4x + 2y - 1$.

Ejercicio 22. (2006)
Se considera el recinto definido por las inecuaciones
$$y - x \leq 4; \quad x - y \leq 4; \quad x + y \leq 12; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$
a) **(2 puntos)** Represente el recinto y calcule sus vértices.
b) **(1 punto)** Dada la función objetivo $F(x, y) = \frac{2}{3}x - \frac{4}{5}y$, determine los valores máximo y mínimo de F y los puntos del recinto donde se alcanzan.

Ejercicio 23. (2005)
a) (**2 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

$$x + 2y \geq 6, \; x \leq 10 - 2y, \; \frac{x}{12} + \frac{y}{3} \geq 1, \; x \geq 0.$$

b) **(1 punto)** Calcule el máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = 4 - 3x - 6y$ en la región anterior e indique en qué puntos se alcanzan.

Ejercicio 24. (2004)
(3 puntos) Calcule los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x,y)= 3x+5y$, en el recinto del plano determinado por las inecuaciones:
$$x \geq 0, \; y \geq 0, \; 3x - 2y \geq 10, \; 2x + 3y \leq 24, \; x - 5y \geq -1.$$

Ejercicio 25. (2004)
Sea el sistema de inecuaciones
$$\left\{ \begin{array}{ccc} x + y & \leq & 6 \\ 3x - 2y & \leq & 13 \\ x + 3y & \geq & -3 \\ x & \geq & 0 \end{array} \right. .$$
a) **(2 puntos)** Dibuje el recinto cuyos puntos son las soluciones del sistema y obtenga sus vértices.
b) **(1 punto)** Halle los puntos del recinto en los que la función $F(x,y)= x- 2y$ toma los valores máximo y mínimo, y determine éstos.

Ejercicio 26. (2004)
a) **(1 punto)** Dibuje la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:
$$2x - 3y \geq -13 \quad , \quad 2x + 3y \geq 17 \quad , \quad x + y \leq 11 \quad , \quad y \geq 0.$$
b) **(1 punto)** Determine los vértices de este recinto.
c) **(1 punto)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y)=5x+6y$ en la

región anterior e indique en qué puntos se alcanzan.

Ejercicio 27. (2005)

Sea el sistema de inecuaciones siguiente:

$$x + y \leq 600,\ \ x \leq 500,\ \ y \leq 3x,\ \ x \geq 0,\ \ y \geq 0.$$

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente el conjunto de soluciones del sistema y calcule sus vértices.

b) **(1 punto)** Halle el punto del recinto anterior en el que la función $F(x, y) = 38x + 27y$ alcanza su valor máximo.

Ejercicio 28. (2003)

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región del plano delimitada por las siguientes inecuaciones: $x + 2y \geq 80,\ 3x + 2y \geq 160,\ x + y \leq 70,$ y determine sus vértices.

b) **(1 punto)** Calcule el máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = 9x + 8y - 5$ en la región anterior e indique para qué valores se alcanzan.

Ejercicio 29. (2003)

Sea el siguiente sistema de inecuaciones $\begin{cases} -5x + 3y \leq 2 \\ -x + 2y \geq 6 \\ 2x + 3y \leq 37 \end{cases}$.

a) **(2.25 puntos)** Represente el conjunto solución y determine sus vértices.

b) **(0.75 puntos)** Halle el punto del recinto anterior en el cual la función $F(x, y) = -2x + 5y$ alcanza su valor máximo.

Ejercicio 30. (2001)

a) **(1 punto)** Represente gráficamente el recinto definido por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{lcl} 2x + y & \leq & 18 \\ 2x + 3y & \leq & 26 \\ x + y & \leq & 16 \\ x \geq 0 & ; & y \geq 0 \end{array}\right\}.$$

b) **(1 punto)** Calcule los vértices de ese recinto.

c) **(1 punto)** Obtenga en dicho recinto el valor máximo y el mínimo de la función *F(x,y)= 5x +3y* . Diga en que puntos se alcanzan.

Ejercicio 31. (2001)

Sea el conjunto de restricciones siguiente:

$$\left.\begin{array}{rcl} x+y & \leq & 9 \\ x-y & \leq & 0 \\ x+2y & \leq & 16 \\ x & \geq & 0 \end{array}\right\}.$$

a) **(1 punto)** Dibuje la región factible determinada por dichas restricciones.
b) **(1 punto)** Calcule los vértices de dicha región.
c) **(1 punto)** Obtenga los puntos en los que la función objetivo *F(x,y)= x+2y* presenta el máximo y el mínimo.

Ejercicio 32. (2001)
Sea el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$\begin{aligned} 5x+2y-10 &\geq 0 \\ x-y-2 &\leq 0 \\ 3x+4y-20 &\leq 0 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0. \end{aligned}$$

a) **(2 puntos)** Dibuje dicho recinto y determine sus vértices.
b) **(1 punto)** Determine en qué punto de ese recinto alcanza la función *F(x, y)=4x+3y* el máximo valor.

Ejercicio 33. (2000)
a) **(2 puntos)** Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones:

$$5x+y\leq 5; \quad 9y-2x\geq 0; \quad x+2y\geq 2; \quad x\geq 0$$

y determine sus vértices.
b) **(1 punto)** Determine, en ese recinto, los puntos donde la función $F(x,y) = 6x + y - 3$ toma los valores máximo y mínimo.

Ejercicio 34. (2000)
a) **(1.5 puntos)** El triángulo limitado por las rectas: $2x = 7$; $5y - 4x = 11$; $2x + 5y = 17$, representa la solución de un cierto sistema de inecuaciones lineales. Determine este sistema de inecuaciones.
b) **(1 punto)** Calcule los puntos del recinto anterior en los que la función $F(x,y) = 2x + 7y$ alcanza sus valores máximo y mínimo.
c) **(0.5 puntos)** Encuentre dichos valores máximo y mínimo.

Ejercicio 35. (2000)
La región factible de un problema de programación lineal es la intersección del primer cuadrante con los 3 semiplanos definidos por las siguientes inecuaciones:

$$\frac{x}{10}+\frac{y}{8}\leq 1 \;\; ; \;\; \frac{x}{5}+\frac{y}{8}\geq 1 \;\; ; \;\; \frac{x}{10}+\frac{y}{4}\geq 1$$

a) **(2 puntos)** Dibuje dicha región y determine sus vértices.
b) **(1 punto)** Calcule el mínimo de la función objetivo $F(x,y)=4x+5y$ en el recinto anterior.

Ejercicio 36. (2000)

Sea el recinto definido por las inecuaciones:

$$x \le \frac{1}{3}(x+y) \quad ; \quad x+y \le 18 \quad ; \quad y \le 15 \quad ; \quad x \ge 0$$

a) **(2 puntos)** Represente dicho recinto y determine sus vértices.

b) **(1 punto)** Encuentre el punto de éste donde se hace mínima la función $F(x,y) = 80x + 100(15-y)$. ¿Cuál es ese valor mínimo?

Ejercicio 37. (2000)

a) **(2 puntos)** Represente y calcule los vértices de la región determinada por las inecuaciones siguientes: $x \ge 0$; $y \ge 0$; $y - x \le 2$; $y - x \ge -1$; $2y + x \le 7$.

b) **(1 punto)** Calcule el valor máximo de la función $F(x,y) = 2x + 3y$ en la región anterior y el punto donde lo alcanza.

C. Problemas de programación lineal.

Ejercicio 1. (2002)

(3 puntos) Una empresa pastelera dispone semanalmente de 160 kg de azúcar y de 240 kg de almendra para hacer tortas de almendra y tabletas de turrón.
Se necesitan 150 g de almendra y 50 g de azúcar para hacer una torta de almendra y 100 g de almendra y 100 g de azúcar para cada tableta de turrón. El beneficio neto por la venta de cada torta es 1.75 euros, y por cada tableta de turrón es de 1 euro.
Determine cuántas tortas de almendra y cuántas tabletas de turrón han de elaborarse para obtener la máxima ganancia. ¿Cuál es el beneficio máximo semanal?

Ejercicio 2. (2010)

(2.5 puntos) Un comerciante quiere dar salida a 400 kg de avellanas, 300 kg de nueces y 400 kg de almendras. Para ello hace dos tipos de lotes: los de tipo A contienen 2 kg de avellanas, 2 kg de nueces y 1 kg de almendras; y los de tipo B contienen 3 kg de avellanas, 1 kg de nueces y 4 kg de almendras. El precio de venta de cada lote es de 20 euros para los del tipo A y de 40 euros para los del tipo B. ¿Cuántos lotes de cada tipo debe vender para obtener el máximo ingreso y a cuánto asciende éste?

Ejercicio 3. (2008)

(3 puntos) Un pastelero dispone de 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 26 kg de mantequilla para hacer dos tipos de tartas, A y B. Para hacer una hornada de tartas del tipo A se necesitan 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla, mientras que para hacer una hornada de tartas del tipo B se necesitan 6 kg de harina, 0.5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Sabiendo que el beneficio que se obtiene al vender una hornada del tipo A es de 20 € y de 30 € al vender una hornada del tipo B, determine cuántas hornadas de cada tipo debe hacer y vender para maximizar sus beneficios.

Ejercicio 4. (2004)

(3 puntos) Una pastelería elabora dos tipos de trufas, dulces y amargas. Cada trufa dulce lleva 20 g de cacao, 20 g de nata y 30 g de azúcar y se vende a 1 euro la unidad. Cada trufa amarga lleva 100 g de cacao, 20 g de nata y 15 g de azúcar y se vende a 1.3 euros la unidad.
En un día, la pastelería sólo dispone de 30 kg de cacao, 8 kg de nata y 10.5 kg de azúcar. Sabiendo que vende todo lo que elabora, calcule cuántas trufas de cada tipo deben elaborarse ese día, para maximizar los ingresos, y determine dichos ingresos.

Ejercicio 5. (2008)

(3 puntos) Un nutricionista informa a un individuo que, en cualquier tratamiento que siga, no debe ingerir diariamente más de 240 mg de hierro ni más de 200 mg de vitamina B. Para ello están disponibles píldoras de dos marcas, P y Q. Cada píldora de la marca P contiene 40 mg de hierro y 10 mg de vitamina B, y cuesta 6 céntimos de euro; cada píldora de la marca Q contiene 10 mg de hierro y 20 mg de vitamina B, y cuesta 8 céntimos de euro.
Entre los distintos tratamientos, ¿cuál sería el de máximo coste diario?

Ejercicio 4. (2007)
(3 puntos) Un Ayuntamiento concede licencia para la construcción de una urbanización de a lo sumo 120 viviendas, de dos tipos A y B.
Para ello la empresa constructora dispone de un capital máximo de 15 millones de euros, siendo el coste de construcción de la vivienda de tipo A de 100000 euros y la de tipo B 300000 euros.
Si el beneficio obtenido por la venta de una vivienda de tipo A asciende a 20000 euros y por una de tipo B a 40000 euros, ¿cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para obtener un beneficio máximo?

Ejercicio 5. (2008)
(3 puntos) Un joyero fabrica dos modelos de anillos. El modelo A se hace con 1 gramo de oro y 1.5 gramos de plata. El modelo B lleva 1.5 gramos de oro y 1 gramo de plata.
El joyero sólo dispone de 750 gramos de cada metal y piensa fabricar, al menos, 150 anillos del tipo B que ya tiene encargados. Sabiendo que el beneficio de un anillo del tipo A es de 50 € y del tipo B es de 70 €, ¿cuántos anillos ha de fabricar de cada tipo para obtener el beneficio máximo y cuál será éste?

Ejercicio 6. (2006)
(3 puntos) Una imprenta local edita periódicos y revistas. Para cada periódico necesita un cartucho de tinta negra y otro de color, y para cada revista uno de tinta negra y dos de color. Si sólo dispone de 800 cartuchos de tinta negra y 1100 de color, y si no puede imprimir más de 400 revistas, ¿cuánto dinero podrá ingresar como máximo, si vende cada periódico a 0.9 euros y cada revista a 1.2 euros?

Ejercicio 7. (2010)
(2.5 puntos) Un supermercado se abastece de gambas y langostinos a través de dos mayoristas, A y B, que le envían contenedores con cajas completas de ambos productos.
El mayorista A envía en cada contenedor 2 cajas de gambas y 3 de langostinos, al precio de 350 euros el contenedor, mientras que el mayorista B envía en cada uno 1 caja de gambas y 5 de langostinos, al precio de 550 euros el contenedor.
El supermercado necesita, como mínimo, 50 cajas de gambas y 180 de langostinos pudiendo almacenar, como máximo, 50 contenedores.
¿Cuántos contenedores debería pedir el supermercado a cada mayorista para satisfacer sus necesidades con el menor coste posible? Indique cuál sería ese coste mínimo.

Ejercicio 8. 2001
(3 puntos) Se quiere organizar un puente aéreo entre dos ciudades, con plazas suficientes de pasaje y carga, para transportar 1600 personas y 96 toneladas de equipaje. Los aviones disponibles son de dos tipos: 11 del tipo A y 8 del tipo B. La contratación de un avión del tipo A cuesta 4 millones de pts y puede transportar 200 personas y 6 toneladas de equipaje; la contratación de uno del tipo B cuesta 1 millón de pts y puede transportar 100 personas y 15 toneladas de equipaje.
¿Cuántos aviones de cada tipo deben utilizarse para que el coste sea mínimo?

Ejercicio 9. (2009)

(3 puntos) Un agricultor posee 10 hectáreas (ha.) y decide dedicarlas al cultivo de cereales y hortalizas. Por las limitaciones de agua no puede destinar más de 5 ha. a hortalizas. El cultivo de cereales tiene un coste de 1000 euros/ha. y el de hortalizas de 3000 euros/ha., no pudiendo superar el coste total la cantidad de 16000 euros. El beneficio neto por ha. de cereales asciende a 2000 euros y el de hortalizas a 8000 euros. Halle la distribución de cultivos que maximiza el beneficio y calcule dicho máximo.

Ejercicio 10. (2007)

(3 puntos) Una fábrica produce bombillas de bajo consumo que vende a 1 euro cada una, y focos halógenos que vende a 1.5 euros. La capacidad máxima de fabricación es de 1000 unidades, entre bombillas y focos, si bien no se pueden fabricar más de 800 bombillas ni más de 600 focos.
Se sabe que la fábrica vende todo lo que produce. Determine cuántas bombillas y cuántos focos debe producir para obtener los máximos ingresos posibles y cuáles serían éstos.

Ejercicio 11. (2005)

(3 puntos) Una empresa monta dos tipos de ordenadores: fijos y portátiles. La empresa puede montar como máximo 10 fijos y 15 portátiles a la semana, y dispone de 160 horas de trabajo a la semana. Se sabe que el montaje de un fijo requiere 4 horas de trabajo, y reporta un beneficio de 100 euros, mientras que cada portátil necesita 10 horas de trabajo y genera un beneficio de 150 euros.
Calcule el número de ordenadores de cada tipo que deben montarse semanalmente para que el beneficio sea máximo, y obtenga dicho beneficio.

Ejercicio 12 . (2006)

(3 puntos) Un laboratorio farmacéutico vende dos preparados, *A* y *B*, a razón de 40 y 20 euros el kg, respectivamente. Su producción máxima es de 1000 kg de cada preparado. Si su producción total no puede superar los 1700 kg, ¿cuál es la producción que maximiza sus ingresos? Calcule dichos ingresos máximos.

Ejercicio 13. (2005)

(3 puntos) Una fábrica produce dos tipos de juguetes, muñecas y coches teledirigidos. La fábrica puede producir, como máximo, 200 muñecas y 300 coches.
La empresa dispone de 1800 horas de trabajo para fabricar los juguetes y sabe que la producción de cada muñeca necesita 3 horas de trabajo y reporta un beneficio de 10 euros, mientras que la de cada coche necesita 6 horas de trabajo y reporta un beneficio de 15 euros.
Calcule el número de muñecas y de coches que han de fabricarse para que el beneficio global de la producción sea máximo y obtenga dicho beneficio.

Ejercicio 14. (2004)

(3 puntos) Una fábrica produce dos tipos de relojes: de pulsera, que vende a 90 euros la unidad, y de bolsillo, que vende a 120 euros cada uno. La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000 relojes, pero no puede fabricar más de 800 de pulsera ni más de 600 de bolsillo. ¿Cuántos relojes de cada tipo debe producir para obtener el máximo ingreso? ¿Cuál sería dicho ingreso?

Ejercicio 15. (2003)

(3 puntos) Una fábrica de muebles dispone de 600 kg de madera para fabricar librerías

de 1 y de 3 estantes. Se sabe que son necesarios 4 kg de madera para fabricar una librería de 1 estante, siendo su precio de venta 20 euros; para fabricar una librería de 3 estantes se necesitan 8 kg de madera y el precio de venta de ésta es 35 euros.
Calcule el número de librerías de cada tipo que se deben fabricar para obtener el máximo ingreso, sabiendo que, por falta de otros materiales, no se pueden fabricar más de 120 librerías de 1 estante, ni tampoco más de 70 de 3 estantes.

Ejercicio 16. (2003)
(3 puntos) Una empresa fabrica sofás de dos tipos, A y B, por los que obtiene un beneficio, por unidad, de 1500 y 2000 euros, respectivamente.
Al menos se deben fabricar 6 sofás del tipo A y 10 del tipo B, por semana, y además, el número de los del tipo A no debe superar en más de 6 unidades al número de los del B.
¿Cuántas unidades de cada tipo se deben fabricar semanalmente para obtener beneficio máximo, si no se pueden fabricar más de 30 sofás semanalmente?

Ejercicio 17. (2003)
(3 puntos) Una piscifactoría vende gambas y langostinos a 10 y 15 euros el kg, respectivamente. La producción máxima mensual es de una tonelada de cada producto y la producción mínima mensual es de 100 kg de cada uno.
Si la producción total es, a lo sumo, de 1700 kg al mes, ¿cuál es la producción que maximiza los ingresos mensuales? Calcule estos ingresos máximos.

Ejercicio 18. (2003)
(3 puntos) Un ahorrador dispone de 10000 euros para invertir en fondos de dos tipos: *A* ó *B.* La inversión en fondos *A* debe superar los 5000 euros y, además, ésta debe doblar, al menos, la inversión en fondos *B.*
La rentabilidad del pasado año de los fondos *A* ha sido del 2.7 % y la de los *B* ha sido del 6.3 %.
Suponiendo que la rentabilidad continúe siendo la misma, determine la inversión que obtenga el máximo beneficio. Calcule este beneficio.

Ejercicio 19. (2001)
(3 puntos) Para fabricar 2 tipos de cable, A y B, que se venderán a 150 y 100 pts el metro, respectivamente, se emplean 16 Kg de plástico y 4 Kg de cobre para cada Hm (hectómetro) del tipo A y 6 Kg de plástico y 12 Kg de cobre para cada Hm del tipo B.
Sabiendo que la longitud de cable fabricado del tipo B no puede ser mayor que el doble de la del tipo A y que, además, no pueden emplearse más de 252 Kg de plástico ni más de 168 Kg de cobre, determine la longitud, en Hm, de cada tipo de cable que debe fabricarse para que la cantidad de dinero obtenida en su venta sea máxima.

Ejercicio 20. (2007)
(3 puntos) Una empresa fabrica lunas para coches. Cada luna delantera requiere 2.5 m^2 de cristal, mientras que cada luna trasera requiere 2 m^2. La producción de una luna delantera precisa 0.3 horas de máquina de corte y cada luna trasera 0.2 horas. La empresa dispone de 1750 m^2 de cristal por semana y 260 horas semanales de máquina de corte. Para adaptarse a la demanda habitual, la empresa fabrica siempre, como mínimo, el doble de lunas delanteras que de lunas traseras. Determine cuántas lunas de cada tipo debe fabricar semanalmente la empresa para que el número total de lunas sea máximo.

Ejercicio 21. (2001)
(3 puntos) Cierta sala de espectáculos tiene una capacidad máxima de 1500 personas, entre adultos y niños; el número de niños asistentes no puede superar los 600. El precio de la entrada a una sesión de un adulto es de 800 pts, mientras que la de un niño es de un 40 % menos. El número de adultos no puede superar al doble del número de niños.
Cumpliendo las condiciones anteriores, ¿cuál es la cantidad máxima que se puede recaudar por la venta de entradas? ¿Cuántas de las entradas serán de niños?

Ejercicio 22. (2008)
(3 puntos) Una empresa produce botellas de leche entera y de leche desnatada y tiene una capacidad de producción máxima de 6000 botellas al día. Las condiciones de la empresa obligan a que la producción de botellas de leche desnatada sea, al menos, la quinta parte de las de leche entera y, como máximo, el triple de la misma. El beneficio de la empresa por botella de leche entera es de 20 céntimos y por botella de leche desnatada es de 32 céntimos. Suponiendo que se vende toda la producción, determine la cantidad de botellas de cada tipo que proporciona un beneficio máximo y el importe de este beneficio.

Ejercicio 23. (2009)
a) **(1.25 puntos)** Plantee, sin resolver, el siguiente problema de programación lineal:
"Una empresa fabrica camisas de dos tipos, A y B. El beneficio que obtiene es de 8 euros por cada camisa que fabrica del tipo A, y de 6 euros por cada una del tipo B. La empresa puede fabricar, como máximo, 100000 camisas, y las del tipo B han de suponer, al menos, el 60% del total. ¿Cuántas camisas debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?"

Ejercicio 24. (2003)
(3 puntos) Una empresa gana 150 euros por cada Tm de escayola producida y 100 euros por cada Tm de yeso.
La producción diaria debe ser como mínimo de 30 Tm de escayola y 30 Tm de yeso.
La cantidad de yeso no puede superar en más de 60 Tm a la de escayola.
El triple de la cantidad de escayola, más la cantidad de yeso, no puede superar 420 Tm.
Calcule la cantidad diaria que debe producirse de cada material, para obtener la máxima ganancia y determine dicha ganancia.

Ejercicio 25. (2005)
(3 puntos) El estadio del Mediterráneo, construido para la celebración de los "Juegos Mediterráneos Almería 2005", tiene una capacidad de 20000 espectadores.
Para la asistencia a estos juegos se han establecido las siguientes normas:
El número de adultos no debe superar al doble del número de niños; el número de adultos menos el número de niños no será superior a 5000.
Si el precio de la entrada de niño es de 10 euros y la de adulto 15 euros ¿cuál es la composición de espectadores que proporciona mayores ingresos? ¿A cuánto ascenderán esos ingresos?

Ejercicio 26. (2007)
La candidatura de un determinado grupo político para las elecciones municipales debe cumplir los siguientes requisitos: el número total de componentes de la candidatura debe estar comprendido entre 6 y 18 y el número de hombres (x) no debe exceder del doble del número de mujeres (y).
a) **(2.5 puntos)** Represente el recinto asociado a estas restricciones y calcule sus vértices.
b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el mayor número de hombres que puede tener una candidatura que cumpla esas condiciones?